

# Razonamiento algebraico y Modelación matemática (Excel)

Verónica Vargas Alejo  
César Cristóbal Escalante  
[vargasalejo@uqroo.mx](mailto:vargasalejo@uqroo.mx)  
Universidad de Quintana Roo

# Problemática

- Problemática en el NS: el primer procedimiento que muchos estudiantes plantean para resolver una situación o un problema mat es una "fórmula", orientada a cálculos de entrada y salida, en el sentido estático de operaciones que se requieren hacer para resolver una situación o problema
- Sin embargo,
  - No hacen un análisis o evaluación de la misma.
  - No la relacionan con el concepto de variación, dominio y rango de valores, patrones, etc.
  - No validan ningún otro procedimiento como proceso de solución.
  - No la relacionan con otros registros de representación conocidos. Es decir, tienen conocimientos pero no los integran para dar una solución.
- ¿Hasta dónde se puede decir que los estudiantes han desarrollado un razonamiento algebraico? ¿Cómo puede éste desarrollarse? ¿Qué conceptos y procedimientos matemáticos se deben desarrollar?

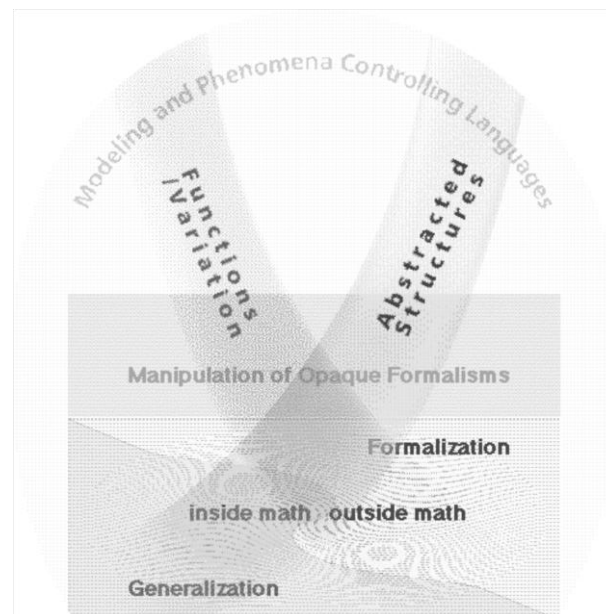
# Razonamiento algebraico

La ruta para aprender álgebra debe ser:

mediante la generalización y la expresión de esta generalidad en lenguajes cada vez más formales,

donde la generalización empiece desde aritmética, modelación de situaciones, geometría y,

en general, desde las matemáticas que hay o deberían aparecer en los grados elementales (Kaput, 1999, pp.134-135).



cinco formas de razonamiento algebraico

# La modelación

- Históricamente, hubo individuos observadores activos de fenómenos de la naturaleza (Aleksandrov *et al*, 1985).
- Observaron fenómenos, identificaron componentes, cuantificaron atributos, registraron datos, los relacionaron, compararon y con este análisis generaron modelos.
- Los modelos los utilizaron para comprender fenómenos (sistemas), analizarlos y para predecir su comportamiento, y a su vez sirvieron como base para el refinamiento o construcción de nuevos modelos, cada vez más representativos del comportamiento de los fenómenos previos observados.
- Esta actividad humana dio lugar al desarrollo de la ciencia y las matemáticas.


# El proceso de modelación


La descripción y comparación de elementos o componentes de un fenómeno, el cambio, inicialmente es observado de manera cualitativa (Aleksandrov *et al*, 1985; NCTM, 2000/2003 )


- más lento, más rápido, más grande, más pequeño, más claro, más oscuro, más pesado, más ligero.

Pero en la medida que los individuos requieren comunicar estas descripciones, para compartir el conocimiento con otros, tiende a refinarse la descripción.

- Se vuelve imprescindible preguntarse ¿Qué es lo que cambia? ¿Cómo cambia? ¿Cuánto cambia? O bien ¿Qué varía? ¿Cuánto varía? ¿Cómo varía?

- 
- Surge la necesidad de cuantificar el cambio,
    - es decir de conceptualizar objetos y sus atributos, asignar valores numéricos (medir) a estos atributos, designar unidades de medición, comparar valores, y tener referentes de comparación y observación. (Thompson, 2010)
  - Lo anterior puede dar lugar a la obs de patrones, procesos de generalización y surgimiento de modelos que permitan explicar, describir, y comprender ese sistema y otros.
  - La comunicación de los modelos permite refinarlos, modificarlos o construir otros.

- 
- Aprender matemáticas de acuerdo con la perspectiva de Modelos y Modelación (Lesh, 2010) se relaciona con la construcción de modelos.
  - Razonamiento algebraico y modelación están estrechamente relacionados.
    - Diagramas, lenguaje verbal, tablas de datos, gráficas, expresiones algebraicas, etc.
      - La expresión de los modelos en lenguajes cada vez más formales dentro del dominio matemático es esencial para el aprendizaje de los objetos matemáticos.
      - Ejemplo: la función



¿Cómo apoyar en el aula el desarrollo de  
razonamiento algebraico usando  
modelación y Excel?



# Ejemplo de situaciones

Actualmente, el hotel del Sr. May cuenta con 40 habitaciones. Se sabe que si cobra \$1200.00 por habitación por noche, se tendrá cupo lleno (es decir, se ocupará la totalidad de las habitaciones). Sin embargo, también se sabe que por cada \$50 que se aumente al precio, una habitación quedará desocupada. Además, el Sr. May debe pagar \$200 por noche, por cada habitación ocupada, por el costo de limpieza y mantenimiento.

El Sr. May quisiera saber qué tarifa debe cobrar por cada habitación para poder obtener la máxima ganancia posible, aún cuando esto signifique tener una o varias habitaciones desocupadas.

Ayuda al Sr. May escribiéndole una carta donde le expliques, con la información que se tiene, cuánto debería cobrar por cada habitación por noche para obtener las mayores ganancias posibles. Explica bien el método que utilizaste para realizar estos cálculos para que el Sr. May pueda calcular la tarifa en el futuro y siempre obtenga las mayores ganancias posibles.

La situación completa (ARP) puede consultarse en:

[http://www.cudi.edu.mx/primavera\\_2013/presentaciones/mat\\_veronica\\_vargas.pdf](http://www.cudi.edu.mx/primavera_2013/presentaciones/mat_veronica_vargas.pdf)

# Tipos de modelos que pueden surgir en el NS

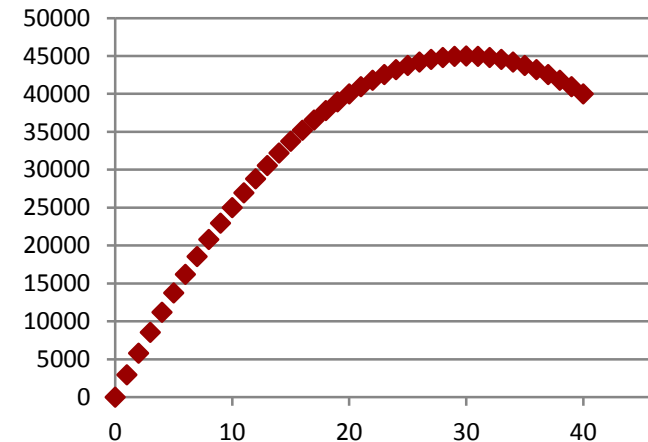
- En lápiz y papel (Aliprantis y Carmona, 2003)
  - Verbales
  - Aritméticos, operaciones por doquier o sistematizados en tablas de datos (Representación estática en cierto modo)
  - Gráficos
  - Expresiones algebraicas
    - Pueden aparecer de manera aislada entre sí o varios en un solo modelo
  
- Con tecnología (Excel)
  - Aritméticos. Tablas de datos, donde se pueden manipular los datos iniciales y con ello modificar la situación. Es perceptible la variación, hay dinamismo.
  - Gráficos (pueden emerger con cada modificación en la tabla de datos) Permiten observar patrones (siempre una cuadrática)
  - Aparecen expresiones simbólicas, si bien en lenguaje de Excel, pero con posibilidad de construir o dar sentido a las expresiones algebraicas del lápiz y papel
    - El manejo de diferentes registros de representación y la transición entre ellos, genera mejor comprensión del objeto matemático.

# Figura 1. Ejemplo de modelo

x habitaciones desocupadas

habitaciones llenas	costo de habitación	ingreso ocup	Mantenimiento	ganancia
40-x	1200+50x	(1200+50x)(40-x)	(40-x)200	(1200+50x)(40-x)-(40-x)200
40	1200	48000	8000	40000
39	1250	48750	7800	40950
38	1300	49400	7600	41800
37	1350	49950	7400	42550
36	1400	50400	7200	43200
35	1450	50750	7000	43750
34	1500	51000	6800	44200
33	1550	51150	6600	44550
32	1600	51200	6400	44800
31	1650	51150	6200	44950
30	1700	51000	6000	45000
29	1750	50750	5800	44950
28	1800	50400	5600	44800
27	1850	49950	5400	44550
26	1900	49400	5200	44200
25	1950	48750	5000	43750
24	2000	48000	4800	43200
23	2050	47150	4600	42550
22	2100	46200	4400	41800
3	3050	9150	600	8550
2	3100	6200	400	5800
1	3150	3150	200	2950
0	3200	0	0	0

Hab ocupadas vs ganancia



# El desarrollo de razonamiento algebraico usando modelación y Excel

Crear modelos para resolver el problema usando Excel es significativo porque retoma la experiencia de lápiz y papel. El profr puede propiciar la transición entre ambos ambientes y

Posibilitar el desarrollo del pensamiento algebraico (Kaput, 1999):  
variación, generalización, formalización, comprensión de esa formalización,...

Los Modelos (Representaciones) permiten responder preguntas inmersas en la situación en varias direcciones


¿Para qué cantidad de habitaciones la ganancia será de 43200.00, 44800.00? ¿se puede obtener la ganancia de 44000?

¿Cuál es la ganancia cuando hay 30 habitaciones ocupadas, o 20 o 10?

Permiten identificar procesos de variación (en las columnas de datos, por ejemplo), las variables dependientes e independientes, el dominio y rango, identificar patrones (por columna, por ejemplo), generalizar, y formalizar (escribir relaciones en forma simbólica).

Variación al interior del modelo

Las representaciones ya no son tan estáticas.



Permiten generar nuevas situaciones cambiando únicamente las condiciones iniciales del problema (costo de la habitación, de 1200 a 1400, 1450, ...). Al hacerlo, los estudiantes de nuevo observan patrones (la gráfica sigue siendo la de una función cuadrática, de nuevo tiene de un máximo), la relación simbólica sigue siendo parecida. ¿En qué cambia?

Variantes de la situación: casos particulares del modelo

ganancia

$$(1200+50x)(40-x)-(40-x)200$$

A su vez los modelos posibilitan generar nuevos problemas o extenderlos.

- ¿Qué sucedería si se añade el pago por otro servicio? ¿Cómo se modifica el modelo?

Variación: generación de otras situaciones

➤ En particular, con el prob del hotel, Excel permitió apoyar la comprensión del concepto de función como objeto matemático

- Al principio, para los estudiantes la función era una fórmula relacionada con cálculos u operaciones, reglas de entrada y salida, sin la visualización de un patrón.
- Sin embargo, validar y usar diferentes registros de representación les permitió extender el concepto y asociarla con procesos de variación, reconocer las variables, analizar la tasa de cambio, máximos, mínimos.
- Además, dio lugar a la discusión de la función obtenida en lápiz y papel, la obtenida en Excel y la gráfica. ¿qué era  $x$  en la gráfica de Excel? ¿representaba lo mismo que en la repres simb de la función?

ganancia

$$(1200+50x)(40-x)-(40-x)200$$

$$\begin{array}{l} (1200+50x-200)(40-x)=G \\ (1000+50x)(40-x)=G \\ \hline 40000-1000x+200x-50x^2=G \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Habitaciones} \\ \text{desocupadas} \end{array}$$

➤ La comunicación y argumentación de ideas fue fundamental.



Los diferentes registros de representación fueron evaluados en cuanto a su pertinencia y viabilidad en términos de la solución y descripción de la situación.

¿Alguno de los modelos es mejor? ¿Se complementan? ¿qué información da cada uno de ellos? ¿Cuál de todos puede describir mejor la situación? ¿Cuál puede generar más información acerca de ésta?

¿Qué ventajas tiene el modelo basado en símbolos algebraicos?

Esto apoyó una posterior discusión en torno al concepto de funciones cuadráticas, algunas propiedades y otros conceptos relacionados: variación, tasa de cambio, máximos y mínimos, ...

# Bibliografía

- Aleksandrov, A. D., Kolmogorov A., Laurentiev, *et al* (1985). *La matemática; su contenido su método y su significado*. Madrid, España: Alianza.
- Aliprantis, C. D. and Carmona, G. (2003). Introduction to an Economic Problem: A Models and Modeling Perspective. En R. Lesh y H. M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism. Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 255-264). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Kaput (1999). Teaching and Learning a new Algebra. En E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics Classrooms That Promote Understanding* (pp. 133-155). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Lesh, R. (2010). Tools, Researchable Issues & Conjectures for Investigating what it Means to Understand Statistics (or other topics) Meaningfully. *Journal of Mathematical Modeling and Application*, 1(2), 16-48.
- Thomson, P. W. (2010). Quantitative reasoning and mathematical modeling. En S. A. Chamberlin y L. L. Hatfield (Eds.), *New perspectives and directions for collaborative research in mathematics education* (pp. 33-56). Laramie, WY: University of Wyoming.