La Matemática en la Bioinformática y los Autómatas Celulares

Rosaura Palma-Orozco

Departmento de Posgrado, ESCOM
Departamento de Computación, CINVESTAV
rpalma@ipn.mx

CUDI, Agosto 2008

Contenido

Contenido

Introducción

Bioinformática es la aplicación del desarrollo de la Computación y las **Matemáticas** que permite la administración, análisis y comprensión de datos para resolver preguntas biológicas.

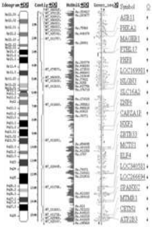

Figure: La transcripción del genoma humano es uno de los mayores logros de la Bioinformática.

Introducción

Su importancia puede ser en parte por las siguientes razones:

- El incremento explosivo de conjuntos de información debido a la revolución genómica, las cuales son difíciles de entender sin el uso de herramientas analíticas.
- El reciente desarrollo de herramientas matemáticas (como por ejemplo la *Teoría del Caos*) que ayuda al entendimiento de mecanismos complejos y no lineales en Biología.
- Un incremento en la capacidad computacional que permite hacer cálculos y simulaciones que no eran previamente posibles.

Introducción

Su importancia puede ser en parte por las siguientes razones:

- El incremento explosivo de conjuntos de información debido a la revolución genómica, las cuales son difíciles de entender sin el uso de herramientas analíticas.
- El reciente desarrollo de herramientas matemáticas (como por ejemplo la *Teoría del Caos*) que ayuda al entendimiento de mecanismos complejos y no lineales en Biología.
- Un incremento en la capacidad computacional que permite hacer cálculos y simulaciones que no eran previamente posibles.

Introducción

Su importancia puede ser en parte por las siguientes razones:

- El incremento explosivo de conjuntos de información debido a la revolución genómica, las cuales son difíciles de entender sin el uso de herramientas analíticas.
- El reciente desarrollo de herramientas matemáticas (como por ejemplo la *Teoría del Caos*) que ayuda al entendimiento de mecanismos complejos y no lineales en Biología.
- Un incremento en la capacidad computacional que permite hacer cálculos y simulaciones que no eran previamente posibles.

Introducción

Su importancia puede ser en parte por las siguientes razones:

- El incremento explosivo de conjuntos de información debido a la revolución genómica, las cuales son difíciles de entender sin el uso de herramientas analíticas.
- El reciente desarrollo de herramientas matemáticas (como por ejemplo la *Teoría del Caos*) que ayuda al entendimiento de mecanismos complejos y no lineales en Biología.
- Un incremento en la capacidad computacional que permite hacer cálculos y simulaciones que no eran previamente posibles.

Introducción

Un modelo de un sistema biológico es convertido a sistemas de ecuaciones.

La solución de las ecuaciones, ya sea por medios analíticos o numéricos, describe cómo el sistema biológico se comporta en el tiempo o en equilibrio.

El modelo a menudo hace suposiciones sobre el sistema. Las ecuaciones pueden también hacer suposiciones sobre la naturaleza de lo que puede ocurrir.

Introducción

Un modelo de un sistema biológico es convertido a sistemas de ecuaciones.

La solución de las ecuaciones, ya sea por medios analíticos o numéricos, describe cómo el sistema biológico se comporta en el tiempo o en equilibrio.

El modelo a menudo hace suposiciones sobre el sistema. Las ecuaciones pueden también hacer suposiciones sobre la naturaleza de lo que puede ocurrir.

Introducción

Un modelo de un sistema biológico es convertido a sistemas de ecuaciones.

La solución de las ecuaciones, ya sea por medios analíticos o numéricos, describe cómo el sistema biológico se comporta en el tiempo o en equilibrio.

El modelo a menudo hace suposiciones sobre el sistema. Las ecuaciones pueden también hacer suposiciones sobre la naturaleza de lo que puede ocurrir.

Introducción

El *Método de los Elementos Finitos* (FEM) es de amplia utilización en análisis de sistemas y espacios físico-mecánicos donde el objetivo sea comprender la resistencia de materiales, la dinámica de partículas y en general el comportamiento y la interacción de los elementos base del sistema en el espacio.

Pero quedan aún muchos sistemas complejos y de diversa naturaleza en los cuales no es convencional aplicar esta técnica, por ejemplo, sistemas químicos, biológicos, evolutivos, genéticos, eléctricos, o computacionales.

Introducción

El *Método de los Elementos Finitos* (FEM) es de amplia utilización en análisis de sistemas y espacios físico-mecánicos donde el objetivo sea comprender la resistencia de materiales, la dinámica de partículas y en general el comportamiento y la interacción de los elementos base del sistema en el espacio.

Pero quedan aún muchos sistemas complejos y de diversa naturaleza en los cuales no es convencional aplicar esta técnica, por ejemplo, sistemas químicos, biológicos, evolutivos, genéticos, eléctricos, o computacionales.

Introducción

Para el modelamiento de este tipo de sistemas quedan aún tres opciones:

1. Lograr un modelo de naturaleza continua (en aquellos sistemas analógicos), en el cual se requiere expresiones de funciones continuas.
2. Utilizar métodos aproximados de discretización (sin embargo, se tienen problemas de digitalización del modelo).
3. Modelar con un Autómata Celular.

Introducción

Para el modelamiento de este tipo de sistemas quedan aún tres opciones:

1. Lograr un modelo de naturaleza continua (en aquellos sistemas analógicos), en el cual se requiere expresiones de funciones continuas.
2. Utilizar métodos aproximados de discretización (sin embargo, se tienen problemas de digitalización del modelo).
3. Modelar con un Autómata Celular.

Introducción

Para el modelamiento de este tipo de sistemas quedan aún tres opciones:

1. Lograr un modelo de naturaleza continua (en aquellos sistemas analógicos), en el cual se requiere expresiones de funciones continuas.

2. Utilizar métodos aproximados de discretización (sin embargo, se tienen problemas de digitalización del modelo).

3. Modelar con un Autómata Celular.

Introducción

Para el modelamiento de este tipo de sistemas quedan aún tres opciones:

1. Lograr un modelo de naturaleza continua (en aquellos sistemas analógicos), en el cual se requiere expresiones de funciones continuas.
2. Utilizar métodos aproximados de discretización (sin embargo, se tienen problemas de digitalización del modelo).
3. Modelar con un Autómata Celular.

Introducción

Los AC son estructuras ideales para construir modelos digitales aproximados de algunos sistemas complejos de naturaleza continua, sin pasar por modelos analógicos.

Debido a esto, desde su origen se les ha utilizado como elementos de la Computación para la modelación de fenómenos biológicos y físicos.

Además, son estudiados como ***objetos matemáticos*** debido al interés intrínseco relativo a los aspectos formales de su comportamiento.

Introducción

Los AC son estructuras ideales para construir modelos digitales aproximados de algunos sistemas complejos de naturaleza continua, sin pasar por modelos analógicos.

Debido a esto, desde su origen se les ha utilizado como elementos de la Computación para la modelación de fenómenos biológicos y físicos.

Además, son estudiados como ***objetos matemáticos*** debido al interés intrínseco relativo a los aspectos formales de su comportamiento.

Introducción

Los AC son estructuras ideales para construir modelos digitales aproximados de algunos sistemas complejos de naturaleza continua, sin pasar por modelos analógicos.

Debido a esto, desde su origen se les ha utilizado como elementos de la Computación para la modelación de fenómenos biológicos y físicos.

Además, son estudiados como ***objetos matemáticos*** debido al interés intrínseco relativo a los aspectos formales de su comportamiento.

Introducción

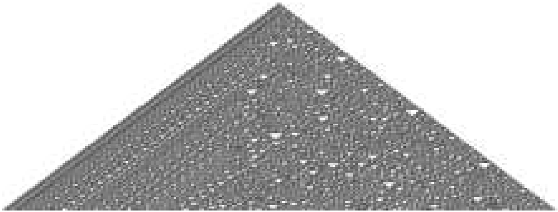

Figure: AC generado mediante la "regla 30", de Stephen Wolfram.

Contenido

Complejidad biológica

La complejidad biológica hace referencia a la vida entendida como sistema complejo.

Un sistema complejo está compuesto por varias partes interconectadas o entrelazadas cuyos vínculos contienen información adicional y oculta al observador.

Como resultado de las interacciones entre elementos, surgen propiedades nuevas que no pueden explicarse a partir de las propiedades de los elementos aislados. Dichas propiedades se denominan propiedades emergentes.

Complejidad biológica

La complejidad biológica hace referencia a la vida entendida como sistema complejo.

Un sistema complejo está compuesto por varias partes interconectadas o entrelazadas cuyos vínculos contienen información adicional y oculta al observador.

Como resultado de las interacciones entre elementos, surgen propiedades nuevas que no pueden explicarse a partir de las propiedades de los elementos aislados. Dichas propiedades se denominan propiedades emergentes.

Complejidad biológica

La complejidad biológica hace referencia a la vida entendida como sistema complejo.

Un sistema complejo está compuesto por varias partes interconectadas o entrelazadas cuyos vínculos contienen información adicional y oculta al observador.

Como resultado de las interacciones entre elementos, surgen propiedades nuevas que no pueden explicarse a partir de las propiedades de los elementos aislados. Dichas propiedades se denominan propiedades emergentes.

Complejidad biológica

Muchos de los rasgos y procesos estudiados por las Ciencias Biológicas son considerados emergentes.

Figure: Los emergentistas buscan comprender la complejidad del universo como una jerarquía de niveles emergentes.

Complejidad biológica

Todo sistema complejo emerge a partir de sus partes y fluctúa hasta quedar fuertemente estabilizado en un atractor.

Esto lo logra con la aparición de toda una serie de retroalimentaciones positivas y negativas que atenúan cualquier modificación provocada por un accidente externo.

Se puede afirmar que el sistema reacciona ante agresiones externas que pretendan modificar su estructura.

Complejidad biológica

Todo sistema complejo emerge a partir de sus partes y fluctúa hasta quedar fuertemente estabilizado en un atractor.

Esto lo logra con la aparición de toda una serie de retroalimentaciones positivas y negativas que atenúan cualquier modificación provocada por un accidente externo.

Se puede afirmar que el sistema reacciona ante agresiones externas que pretendan modificar su estructura.

Complejidad biológica

Todo sistema complejo emerge a partir de sus partes y fluctúa hasta quedar fuertemente estabilizado en un atractor.

Esto lo logra con la aparición de toda una serie de retroalimentaciones positivas y negativas que atenúan cualquier modificación provocada por un accidente externo.

Se puede afirmar que el sistema reacciona ante agresiones externas que pretendan modificar su estructura.

Autoorganización

La *autoorganización* es objeto de estudio interdisciplinario, pues es una propiedad característica de los sistemas complejos, ya sean éstos matemáticos, físicos, químicos, biológicos, sociales o económicos.

El concepto de autoorganización fue adoptado por todos aquellos asociados a la Teoría de Sistemas en la década de 1960, pero no se convirtió en un lugar científico común hasta su adopción por parte de los físicos y, en general, de los investigadores de sistemas complejos en las décadas de 1970-80.

Autoorganización

La *autoorganización* es objeto de estudio interdisciplinario, pues es una propiedad característica de los sistemas complejos, ya sean éstos matemáticos, físicos, químicos, biológicos, sociales o económicos.

El concepto de autoorganización fue adoptado por todos aquellos asociados a la Teoría de Sistemas en la década de 1960, pero no se convirtió en un lugar científico común hasta su adopción por parte de los físicos y, en general, de los investigadores de sistemas complejos en las décadas de 1970-80.

Autoorganización

Desde el trabajo de Turing, la filotaxis se ha convertido en un ejemplo clásico de patrón resultante de un proceso autoorganizativo.

Turing trabajó desde 1952 hasta que falleció en 1954 en la *Biología Matemática* (es una área interdisciplinaria de estudios que se enfoca en modelamiento de los procesos biológicos utilizando técnicas matemáticas), concretamente en la Morfogénesis.

Autoorganización

Desde el trabajo de Turing, la filotaxis se ha convertido en un ejemplo clásico de patrón resultante de un proceso autoorganizativo.

Turing trabajó desde 1952 hasta que falleció en 1954 en la *Biología Matemática* (es una área interdisciplinaria de estudios que se enfoca en modelamiento de los procesos biológicos utilizando técnicas matemáticas), concretamente en la Morfogénesis.

Autoorganización

Su principal interés era comprender la filotaxis de Fibonacci. Utilizó ecuaciones de reacción-difusión que actualmente son cruciales en el campo de la formación de patrones.

Figure: Filotaxis de hojas opuestas.

Contenido

Autómata Celular

Un AC es una herramienta computacional que hace parte de la Inteligencia Artificial basada en modelos biológicos, el cual está básicamente compuesto por una estructura estática de datos y un conjunto finito de reglas que son aplicadas a cada nodo o elemento de la estructura.

El interés que ha despertado esta técnica radica en la sencillez y en la simplicidad que caracteriza la construcción de los modelos; además, en la particularidad de los patrones de comportamiento presentados por el autómata en tiempo de ejecución.

Autómata Celular

Un AC es una herramienta computacional que hace parte de la Inteligencia Artificial basada en modelos biológicos, el cual está básicamente compuesto por una estructura estática de datos y un conjunto finito de reglas que son aplicadas a cada nodo o elemento de la estructura.

El interés que ha despertado esta técnica radica en la sencillez y en la simplicidad que caracteriza la construcción de los modelos; además, en la particularidad de los patrones de comportamiento presentados por el autómata en tiempo de ejecución.

Autómata Celular

La construcción original de von Neumann de un arreglo celular auto-reproductivo requería que cada célula soportara un conjunto de 29 estados. El arreglo por sí mismo requería aproximadamente 200,000 células.

Además, el valor del estado en que se encuentra cada célula del arreglo localizada en una posición (i, j) (donde i es la columna y j el renglón) en un tiempo t estará determinado por los valores de los estados en que se encuentran las células localizadas en las posiciones $(i-1, j)$, $(i+1, j)$,$(i, j+1)$ e $(i, j-1)$ (izquierda, derecha, arriba y abajo, respectivamente).

Autómata Celular

La construcción original de von Neumann de un arreglo celular auto-reproductivo requería que cada célula soportara un conjunto de 29 estados. El arreglo por sí mismo requería aproximadamente 200,000 células.

Además, el valor del estado en que se encuentra cada célula del arreglo localizada en una posición (i, j) (donde i es la columna y j el renglón) en un tiempo t estará determinado por los valores de los estados en que se encuentran las células localizadas en las posiciones $(i-1, j)$, $(i+1, j)$,$(i, j+1)$ e $(i, j-1)$ (izquierda, derecha, arriba y abajo, respectivamente).

Autómata Celular

Cada célula del arreglo en algún momento será una célula central, la cual junto con las células ubicadas ortogonalmente forman lo que se conoce como vecindad von Neumann.

Las interacciones locales de las vecindades en un tiempo t determinan el estado global del arreglo (el cual es actualizado síncronamente) en el tiempo $t+1$.

Autómata Celular

Cada célula del arreglo en algún momento será una célula central, la cual junto con las células ubicadas ortogonalmente forman lo que se conoce como vecindad von Neumann.

Las interacciones locales de las vecindades en un tiempo t determinan el estado global del arreglo (el cual es actualizado síncronamente) en el tiempo $t + 1$.

Contenido

Estructura de un Autómata Celular

Basados en el planteamiento que presenta Muñoz[4] acerca de la estructura de un AC, se definen como sus componentes básicos:

- Un plano 2-dimensional o un espacio n-dimensional dividido en un número de subespacios homogéneos, conocidos como celdas. A todo esto se le denomina *Teselación Homogénea*.
- Cada celda puede estar en uno de un conjunto finito o numerable S de Estados.

Estructura de un Autómata Celular

Basados en el planteamiento que presenta Muñoz[4] acerca de la estructura de un AC, se definen como sus componentes básicos:

- Un plano 2-dimensional o un espacio n-dimensional dividido en un número de subespacios homogéneos, conocidos como celdas. A todo esto se le denomina *Teselación Homogénea*.
- Cada celda puede estar en uno de un conjunto finito o numerable S de Estados.

Estructura de un Autómata Celular

Basados en el planteamiento que presenta Muñoz[4] acerca de la estructura de un AC, se definen como sus componentes básicos:

- Un plano 2-dimensional o un espacio n-dimensional dividido en un número de subespacios homogéneos, conocidos como celdas. A todo esto se le denomina *Teselación Homogénea*.
- Cada celda puede estar en uno de un conjunto finito o numerable S de Estados.

Estructura de un Autómata Celular

- Una Configuración C, la que consiste en asignarle un estado a cada celda del autómata.

- Una Vecindad definida para cada celda, la que consiste en un conjunto contiguo de celdas, indicando sus posiciones relativas respecto a la celda misma.

- Una Regla de Evolución, la cual define cómo debe cada celda cambiar de estado, dependiendo del estado inmediatamente anterior de su vecindad.

- Un Reloj Virtual de Cómputo conectado a cada celda del autómata, el cual generará pulsos simultáneos a todas las celdas indicando que debe aplicarse la regla de evolución y de esta forma cada celda cambiará de estado.

Estructura de un Autómata Celular

- Una Configuración C, la que consiste en asignarle un estado a cada celda del autómata.

- Una Vecindad definida para cada celda, la que consiste en un conjunto contiguo de celdas, indicando sus posiciones relativas respecto a la celda misma.

- Una Regla de Evolución, la cual define cómo debe cada celda cambiar de estado, dependiendo del estado inmediatamente anterior de su vecindad.

- Un Reloj Virtual de Cómputo conectado a cada celda del autómata, el cual generará pulsos simultáneos a todas las celdas indicando que debe aplicarse la regla de evolución y de esta forma cada celda cambiará de estado.

Estructura de un Autómata Celular

- Una Configuración C, la que consiste en asignarle un estado a cada celda del autómata.
- Una Vecindad definida para cada celda, la que consiste en un conjunto contiguo de celdas, indicando sus posiciones relativas respecto a la celda misma.
- Una Regla de Evolución, la cual define cómo debe cada celda cambiar de estado, dependiendo del estado inmediatamente anterior de su vecindad.
- Un Reloj Virtual de Cómputo conectado a cada celda del autómata, el cual generará pulsos simultáneos a todas las celdas indicando que debe aplicarse la regla de evolución y de esta forma cada celda cambiará de estado.

Estructura de un Autómata Celular

- Una Configuración C, la que consiste en asignarle un estado a cada celda del autómata.

- Una Vecindad definida para cada celda, la que consiste en un conjunto contiguo de celdas, indicando sus posiciones relativas respecto a la celda misma.

- Una Regla de Evolución, la cual define cómo debe cada celda cambiar de estado, dependiendo del estado inmediatamente anterior de su vecindad.

- Un Reloj Virtual de Cómputo conectado a cada celda del autómata, el cual generará pulsos simultáneos a todas las celdas indicando que debe aplicarse la regla de evolución y de esta forma cada celda cambiará de estado.

Estructura de un Autómata Celular

Según Toffoli y Margolus[5], se define un AC sólo si se tiene que todas las celdas:

- Tienen el mismo conjunto S de Estados posibles.
- Tienen la misma forma de Vecindad.
- Tienen la misma Regla de Evolución.

Ejemplos y Aplicaciones

Tal vez, lo más llamativo e interesante de los AC es el comportamiento presentado por el modelo en tiempo de ejecución y la similitud de éste con la complejidad de la naturaleza continua.

- "Life" o "El Juego de la Vida", por ejemplo, simula la existencia de diferentes "formas de vida" sobre un espacio 2-dimensional, las cuales presentan singular comportamiento a través del tiempo.
- "Evolución" es un autómata que simula cómo un conjunto de microbios sobreviven comiendo bacterias.
- "Mayoría Alineada" muestra cómo es el comportamiento de la tensión superficial entre líquidos no permeables.

Ejemplos y Aplicaciones

Tal vez, lo más llamativo e interesante de los AC es el comportamiento presentado por el modelo en tiempo de ejecución y la similitud de éste con la complejidad de la naturaleza continua.

- "Life" o "El Juego de la Vida", por ejemplo, simula la existencia de diferentes "formas de vida" sobre un espacio 2-dimensional, las cuales presentan singular comportamiento a través del tiempo.
- "Evolución" es un autómata que simula cómo un conjunto de microbios sobreviven comiendo bacterias.
- "Mayoría Alineada" muestra cómo es el comportamiento de la tensión superficial entre líquidos no permeables.

Ejemplos y Aplicaciones

Tal vez, lo más llamativo e interesante de los AC es el comportamiento presentado por el modelo en tiempo de ejecución y la similitud de éste con la complejidad de la naturaleza continua.

- "Life" o "El Juego de la Vida", por ejemplo, simula la existencia de diferentes "formas de vida" sobre un espacio 2-dimensional, las cuales presentan singular comportamiento a través del tiempo.
- "Evolución" es un autómata que simula cómo un conjunto de microbios sobreviven comiendo bacterias.
- "Mayoría Alineada" muestra cómo es el comportamiento de la tensión superficial entre líquidos no permeables.

Ejemplos y Aplicaciones

El modelar un sistema del mundo real por medio de un AC, requiere que se conozca al menos su comportamiento global.

Si conocido este comportamiento se quiere deducir un conjunto de reglas de evolución local que lo genere, entonces se desea desarrollar el autómata por el *Problema Inverso.*

De lo contrario, si se desea primero experimentar y ajustar una Regla de Evulución pseudo-aleatoria hasta lograr un comportamiento similar al del sistema real, entonces se desea desarrollar el autómata por el *Problema Directo.*

No obstante, se puede lograr algo intermedio, a partir de comportamientos locales del sistema real construir una regla de evolución local y ponerla a prueba para determinar si se logra un autómata que modele el comportamiento del sistema global, a esto se el denomina el *Problema Intermedio.*

Ejemplos y Aplicaciones

El modelar un sistema del mundo real por medio de un AC, requiere que se conozca al menos su comportamiento global.

Si conocido este comportamiento se quiere deducir un conjunto de reglas de evolución local que lo genere, entonces se desea desarrollar el autómata por el *Problema Inverso.*

De lo contrario, si se desea primero experimentar y ajustar una Regla de Evulución pseudo-aleatoria hasta lograr un comportamiento similar al del sistema real, entonces se desea desarrollar el autómata por el *Problema Directo.*

No obstante, se puede lograr algo intermedio, a partir de comportamientos locales del sistema real construir una regla de evolución local y ponerla a prueba para determinar si se logra un autómata que modele el comportamiento del sistema global, a esto se el denomina el *Problema Intermedio.*

Ejemplos y Aplicaciones

El modelar un sistema del mundo real por medio de un AC, requiere que se conozca al menos su comportamiento global.

Si conocido este comportamiento se quiere deducir un conjunto de reglas de evolución local que lo genere, entonces se desea desarrollar el autómata por el *Problema Inverso.*

De lo contrario, si se desea primero experimentar y ajustar una Regla de Evulución pseudo-aleatoria hasta lograr un comportamiento similar al del sistema real, entonces se desea desarrollar el autómata por el *Problema Directo.*

No obstante, se puede lograr algo intermedio, a partir de comportamientos locales del sistema real construir una regla de evolución local y ponerla a prueba para determinar si se logra un autómata que modele el comportamiento del sistema global, a esto se el denomina el *Problema Intermedio.*

Ejemplos y Aplicaciones

El modelar un sistema del mundo real por medio de un AC, requiere que se conozca al menos su comportamiento global.

Si conocido este comportamiento se quiere deducir un conjunto de reglas de evolución local que lo genere, entonces se desea desarrollar el autómata por el *Problema Inverso.*

De lo contrario, si se desea primero experimentar y ajustar una Regla de Evulución pseudo-aleatoria hasta lograr un comportamiento similar al del sistema real, entonces se desea desarrollar el autómata por el *Problema Directo.*

No obstante, se puede lograr algo intermedio, a partir de comportamientos locales del sistema real construir una regla de evolución local y ponerla a prueba para determinar si se logra un autómata que modele el comportamiento del sistema global, a esto se el denomina el *Problema Intermedio.*

Ejemplos y Aplicaciones

Dependiendo de la naturaleza compleja de un sistema y de la posibilidad de identificar estados locales y reglas generales de evolución, se podrían simular comportamientos por medio de Autómatas Celulares.

Por ejemplo, los mundos y sistemas enunciados a continuación son susceptibles a un modelamiento por esta técnica:

Simulación de tráfico vehicular, virus, glóbulos, epidemias, bacterias, contaminación, ecosistemas, evolución galáctica, flujo de electrones, acción y reacción, medios granulares y evolución genética entre otros.

Ejemplos y Aplicaciones

Dependiendo de la naturaleza compleja de un sistema y de la posibilidad de identificar estados locales y reglas generales de evolución, se podrían simular comportamientos por medio de Autómatas Celulares.

Por ejemplo, los mundos y sistemas enunciados a continuación son susceptibles a un modelamiento por esta técnica:

Simulación de tráfico vehicular, virus, glóbulos, epidemias, bacterias, contaminación, ecosistemas, evolución galáctica, flujo de electrones, acción y reacción, medios granulares y evolución genética entre otros.

Contenido

Snow

En este ejemplo se muestra el patrón conocido como *copo de nieve*, y es generado por un AC.

Utiliza una función de transformación de una vecindad cuadrada a una hexagonal.

Snow

Figure: Copo de nieve generado por un AC en una vecindad hexagonal.

Patrones de Turing

En este ejemplo se muestra un fenómeno conocido como *patrones de Turing*, que se presenta en la naturaleza en particular en animales vertebrados como las jirafas, vacas y jaguares.

Patrones de Turing

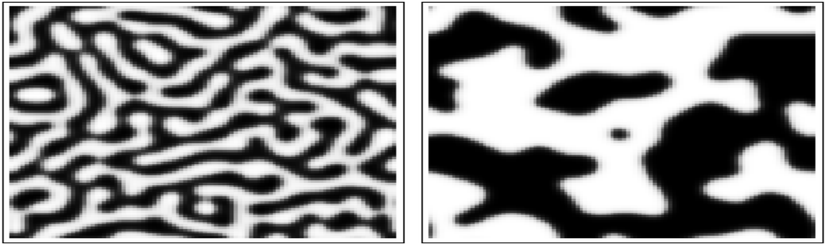

Figure: Patrones de Turing (Manchas en la piel).

Conclusiones

- Es típico de un AC generar comportamientos complejos a partir de reglas muy sencillas.
- Son útiles en la construcción de modelos donde los elementos base o componentes son de similar naturaleza y comportamiento.
- Los AC se rigen por reglas parecidas y donde, en el mismo sistema real, se identifican componentes diferenciables, independientes, aislables y/o discretos.

Conclusiones

- Es típico de un AC generar comportamientos complejos a partir de reglas muy sencillas.
- Son útiles en la construcción de modelos donde los elementos base o componentes son de similar naturaleza y comportamiento.
- Los AC se rigen por reglas parecidas y donde, en el mismo sistema real, se identifican componentes diferenciables, independientes, aislables y/o discretos.

Conclusiones

- Es típico de un AC generar comportamientos complejos a partir de reglas muy sencillas.
- Son útiles en la construcción de modelos donde los elementos base o componentes son de similar naturaleza y comportamiento.
- Los AC se rigen por reglas parecidas y donde, en el mismo sistema real, se identifican componentes diferenciables, independientes, aislables y/o discretos.

Referencias I

- BERCHELAMP, Elwyn; CONWAY, John y GUY, Richard. *Winning Ways.* Academic Press, 1982.
- GARDNER, Martin. *Wheels: Life and other Mathematical Amazements.* W. H. Freeman and Company, 1983.
- HARDY, J.; DE PAZZIS, O. y POMEAU, Y. *Molecular Dynamics of a Classical Lattice Gas: Transport Properties and Time Correlation Functions.* Physical Review, No. 5, 1976.
- MUÑOZ CASTAÑO, José Daniel. *AUTÓMATAS CELULARES Y FÍSICA DIGITAL* Memorias del Primer Congreso Colombiano de NeuroComputación 1996. 28 p. ISBN 958-9205-17-8.

Referencias II

- TOFFOLI, Tommaso y MARGOLUS, Norman. *Cellular Automata Machines: A New Environment for Modeling.* The MIT Press, Cambridge MA, 1987.

- Autómatas Celulares
  `http://www.pannet.pa/ rperez/celular.html`

- Autómatas Celulares, Fractales y Vista Pro
  `http://www.pannet.pa/ rperez/vp_es.html`

- Autómatas Celulares Adaptativos
  `http://strix.ciens.ucv.ve/ physis/REVISTA/N003/autcel.html`

- GAIA: Autómatas Celulares
  `http://www.geocities.com/ SiliconValley/Vista/7491/auto_c.htm`