

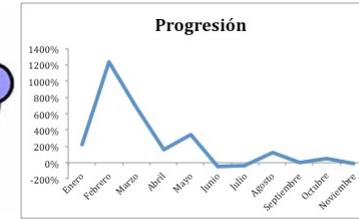
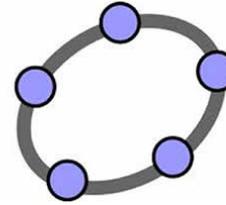
Secuencia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de la progresión aritmética y geométrica

Luis René Santos González
Universidad de Quintana Roo
México

INTRODUCCIÓN



VARIACIÓN, TASA DE
CAMBIO, FUNCIÓN



HERRAMIENTAS
TECNOLÓGICAS

“Es de mayor importancia la necesidad de entender y controlar el mundo cambiante en que vivimos.” Steen (2003, p. 76)



Universidad de Quintana Roo

JUSTIFICACIÓN

PROBLEMÁTICA

Según Ortega (2012) se pueden enunciar errores y dificultades relevantes, que poseen los estudiantes en cuanto al tema de progresiones se refiere. Dentro de las dificultades que presentan los alumnos al manejar los dos tipos de progresiones (aritmética y geométrica) se pueden mencionar:

- ▶ No relacionan a la progresión con el concepto de función.
- ▶ No son capaces de relacionar las progresiones con los conceptos de variación, ecuación, tasa de cambio, razones y proporciones.
- ▶ Al trabajar con progresiones aritméticas, generan una habilidad algorítmica de cálculos y aplicación de fórmulas sin comprender la idea matemática que se está trabajando.
- ▶ No identifican los diferentes tipos de representaciones que pueden tener las progresiones (tabular, algebraica, verbal, gráfica, etc.).
- ▶ No relacionan a las progresiones en un contexto de la vida cotidiana (crecimiento de poblaciones, interés simple, interés compuesto, entre otros).

OBJETIVO

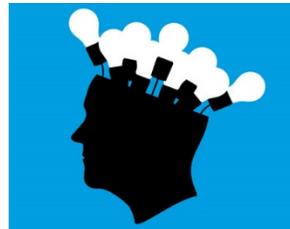
Diseñar, implementar y documentar una secuencia didáctica que permita a los estudiantes **construir conocimientos y desarrollar habilidades** relacionados con el concepto de progresión aritmética y geométrica en un ambiente de resolución de problemas.

METODOLOGÍA

La resolución de problemas ha sido identificada en los últimos años como una actividad importante para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. (Santos, 1997).



ALUMNOS



IDEAS
MATEMÁTICAS

FASES EN EL DISEÑO
DE LA SECUENCIA
DIDÁCTICA

ACTIVIDAD 1

La mejor forma de ahorrar: ¿informal o formal?

El ahorro debe convertirse en una disciplina para mejorar la calidad de vida, pero antes, hay que determinar hacia dónde irá el dinero que no gastará en el corto, mediano y largo plazo.

Guardar dinero regularmente le permite afrontar emergencias e imprevistos, cumplir deseos y proyectos especiales como comprar una casa o salir de vacaciones, o simplemente satisfacer las necesidades.

Sin embargo, a la hora de comenzar a ahorrar, surgen varias dudas. Todos nos hemos preguntado alguna vez, ¿cuál es la mejor forma para reducir los gastos del hogar? o ¿cómo hacer para guardar el dinero en un lugar seguro? Existen varias alternativas para ahorrar. Una opción es guardando el dinero en algún lugar de la casa o comprando activos.

No obstante, este tipo de ahorro tiene varias desventajas. El hecho de tener el dinero "a la mano" requiere de una mayor disciplina para no caer en la tentación de gastárselo en cualquier cosa o resistir a la demanda de familiares o amigos que quieren dinero prestado u otro tipo de bienes. Además, no genera ningún tipo de rendimiento y con el tiempo, es probable que sus ahorros valgan mucho menos. Además, este ahorro es bastante inseguro.

¿Por qué ahorrar formalmente?

Aunque los anteriores mecanismos de ahorro pueden resultar útiles, no reemplazan bajo ninguna circunstancia los servicios formales, que ofrecen una mayor seguridad y permiten que el dinero genere intereses. Entre las entidades de ahorro formales se encuentran los bancos, las compañías de financiamiento, las cooperativas, los fondos de empleados o los fondos de pensiones.

Estas entidades ofrecen una amplia gama de productos de ahorro que se ajustan a distintos requerimientos y necesidades. Las personas pueden escoger una alternativa que les permita tener el dinero disponible cuando lo requieran, obtener rendimientos acordes con los riesgos que estén dispuestos a asumir y programar débitos con la regularidad deseada.



Tampoco se puede olvidar que ahorrar formalmente abre la posibilidad de acceder a otros productos financieros que pueden dar acceso a recursos en caso de tener que enfrentar alguna necesidad o querer cumplir una meta (por ejemplo, un crédito de vivienda).

Estas instituciones funcionan integrando cantidades importantes de dinero de otros ahorradores, que sirven para apoyar la inversión en la industria, el campo y otras actividades que crean fuentes de trabajo. Esto ayuda a que el país progrese. Por eso se afirma que el ahorro interno de un país fortalece la economía nacional.

Ventajas de ahorrar en los bancos:

- Una Institución bancaria le permite manejar fácilmente su dinero, ya que a través de una tarjeta de débito que el banco le entrega, puede depositar y retirar dinero en la misma institución o a través de los cajeros automáticos.
- Con su tarjeta también puede realizar compras en tiendas de autoservicios y otros establecimientos afiliados sin necesidad de cargar efectivo.
- No son altos los montos de apertura de cuenta.
- Hay que recordar que para evitar que el banco le cobre comisiones por manejo de cuenta, es necesario mantener un monto determinado, pregunte en su sucursal.
- Los intereses que se generan en su cuenta de ahorro, no causan impuestos.
- También los niños y jóvenes pueden abrir cuentas de ahorro, con la representación de algún adulto.
- Algunos bancos ofrecen un seguro de vida gratuito, que es un respaldo más al patrimonio del ahorrador.

SESIÓN 1 Ayuda a Alex para comprar una motocicleta

Alex es un amante de las motocicletas deportivas. Durante bastante tiempo ha trabajado y ahorrado para comprarse una. La motocicleta tiene un precio de \$85,700.

Un día, Alex se enteró de que existen cuentas de ahorro en los bancos en las cuales el dinero genera intereses. Esto le generó curiosidad a Alex, pues además de ahorrar su dinero, el banco le pagaría por manejar sus ahorros.

Entonces, Alex investigó algunas opciones para realizar su ahorro. Finalmente optó por "Bank-Mex", el cual ofrece un interés mensual del 1.5 % (es decir, el banco le dará el 1.5 % del total del ahorro invertido cada mes). Además, Alex decide que retirará los intereses generados cada mes y los guardará por su propia cuenta.

Alex reunió un capital (ahorro inicial) de \$50,000, sobre el cual se generarán los intereses. Juntando ese capital de \$50,000 (monto inicial de la cuenta de ahorro) y lo que Alex retira cada mes (intereses generados), responde las siguientes preguntas:

- ¿Cuánto dinero tendría al cabo de un mes? y ¿al cabo de 2, 3, 4, y 5 meses respectivamente?
- ¿Cuánto dinero tendría al cabo de 50, 150, 240 meses respectivamente?
- ¿En cuánto tiempo podría juntar \$60,000, \$70,000 y lo suficiente para comprar la motocicleta?
- ¿Es posible encontrar un procedimiento que le permita a Alex determinar la cantidad de dinero ahorrado en cualquier cantidad de tiempo (meses) si el interés ofrecido por el banco cambia? ¿Cuál sería ese procedimiento? ¿Lo podrías emplear si el capital (ahorro inicial fuera diferente)? Explica tus respuestas.

PROCEDIMIENTOS QUE PUEDEN SURGIR

PROCEDIMIENTO NUMÉRICO RECURSIVO

Dinero inicial: \$50,000 **por qué no aparece este dato en la tabla**

Dinero total al final del primer mes = 50,750

Dinero total al cabo del segundo mes = 51,500

Dinero total al cabo del tercer mes = 52,250

Dinero total al cabo del tercer mes = 53,000

Dinero total = Dinero ahorrado en el mes anterior +750

REPRESENTACIÓN TABULAR DEL PROCEDIMIENTO NUMÉRICO RECURSIVO

MES	CANTIDAD FINAL (\$)
1	50,750
2	51,500
3	52,250
4	53,000
5	53,750
6	54,500
7	55,250
8	56,000
9	56,750
10	57,500

PROCEDIMIENTO TABULAR

Tiempo en meses (t)	Capital inicial en pesos (c_i)	Intereses en pesos (i)	Capital inicial más intereses	Total de dinero ahorrado (D_t)
1	50,000	750	50000+750	50750
2	50,000	750	50000+750+750	51500
3	50,000	750	50000+750+750+750	52250
4	50,000	750	50000+750+750+750+750	53000
5	50,000	750	50000+750+750+750+750+750	53750

IDENTIFICACIÓN DE PATRONES

Dinero inicial: \$50,000

Dinero total al final del primer mes = 50,000 + 750 = 50,750

Dinero total al cabo del segundo mes = 50,000 + 750 + 750 = 51,500

Dinero total al cabo del tercer mes = 50,000 + 750 + 750 + 750 = 52,250

Dinero total al cabo del tercer mes = 50,000 + 750 + 750 + 750 = 53,000

$$D_t = D_1 + t(i)$$

Progresión aritmética
 $a_n = a_1 + (n-1)d$

PROCEDIMIENTO ALGEBRAICO

- ▶ el estudiante puede observar que la cantidad de dinero generada al mes debido al interés (i) está relacionada con el capital inicial y es igual a:

$$i = \frac{D_1 * 1.5}{100} = 750$$

- ▶ Y el alumno puede sustituir en la expresión $D_t = D_1 + t(i)$ que encontró en un principio el valor de i y obtener:

$$D_t = D_1 + t \left(\frac{D_1 * 1.5}{100} \right) = D_1 + \frac{t * D_1 * 1.5}{100} = D_1 \left(1 + \frac{i * t}{100} \right)$$

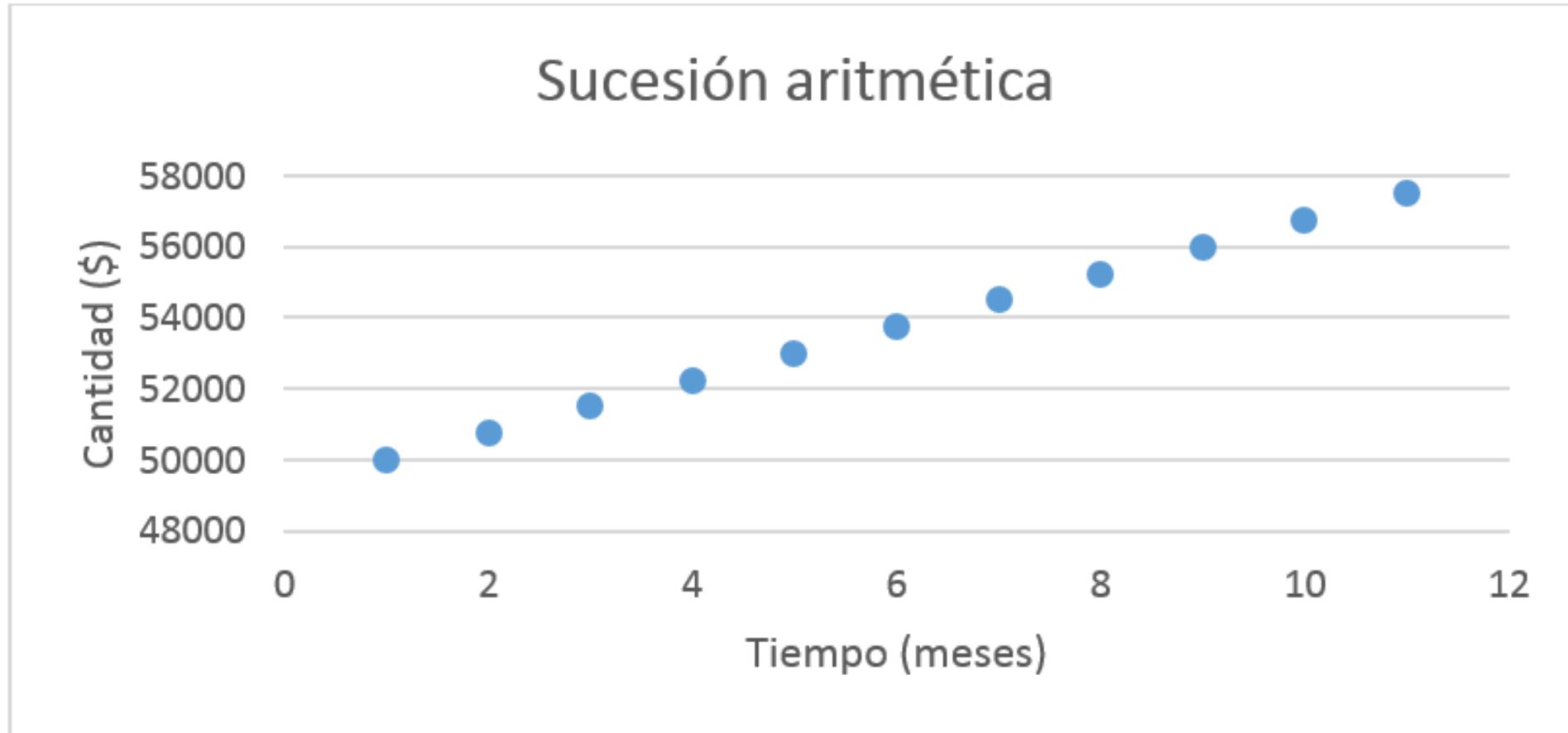
- ▶ Donde:

D_t : Cantidad total al cabo de cualquier mes.

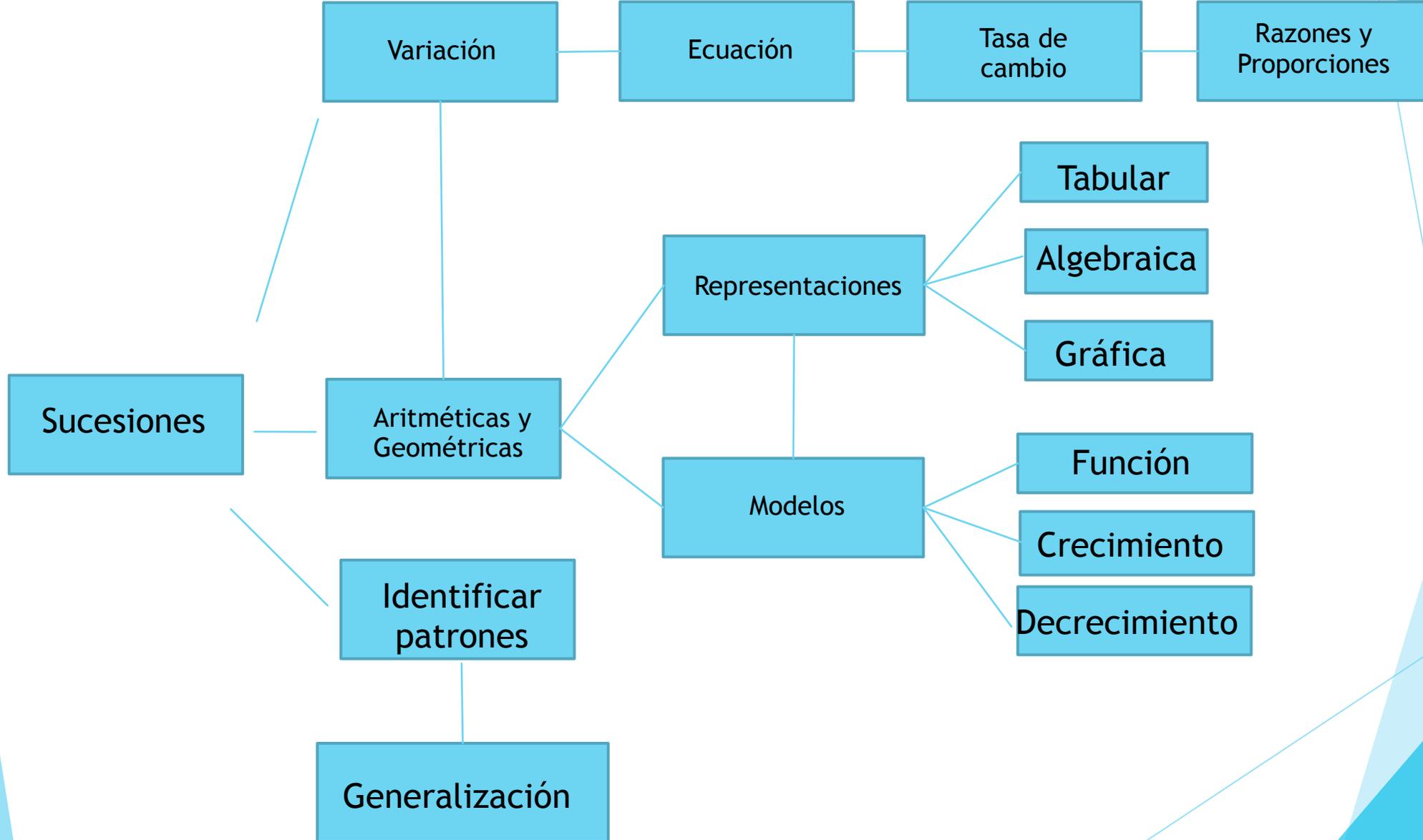
D_1 : Capital inicial.

t : Tiempo en meses.

PROCEDIMIENTO GRÁFICO



CONCLUSIONES



Referencias Bibliográficas:

- ▶ Steen, L. A. (2003). *La enseñanza agradable de las matemáticas*. En R. García (Trad.), *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy*. D.F. México: Limusa. (Trabajo original publicado en 1990).
- ▶ Rees, P. K. y Sparks F. W. (1998). *Álgebra*. D.F. México: Reverte.
- ▶ Santos Trigo, L. M. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. México: Iberoamérica.
- ▶ National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards in School Mathematics*. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.
- ▶ García Cruz, J.A. (1999). La generalización en un tipo particular de sucesiones aritméticas: los problemas de generalización lineal. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 38, 3-20.
- ▶ Yeo Boon, W. J. (2010). Finding the general term for an arithmetic progression: Alternatives to the formula. *The Australian Association of Mathematics Teachers*, 66(2), 17-21.
- ▶ Mateos, M. (2012). *¿Cómo enseñar Sucesiones lineales? Razonamiento inductivo y hoja de cálculo* (Trabajo de fin de Máster, Universidad de Cantabria, España). Recuperada de <http://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/1714/Mateos%20Ort%C3%A9s,%20Margarita.pdf?sequence=1>.
- ▶ Ortega, M. (2012). *Unidad didáctica. Sucesiones matemáticas. Progresiones aritméticas y geométricas* (Trabajo de fin de Máster, Universidad de Granada, España). Recuperada de http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/TFM_Ortega_Manuel_2012.pdf.
- ▶ Díaz, H. (2006). *Nociones de sucesión y se serie mediante modelos simbólicos recursivos en tercer grado de secundaria* (Trabajo de Maestría, CINVESTAV, México).
- ▶ Butto, C. y Delgado J. (2012). *Rutas hacia el álgebra: actividades en Excel y Logo*. D.F. México: UPN.